

L1_1 Zahlensysteme – Information

Um Zahlen schriftlich darzustellen benötigt man ein Zahlensystem. Eine Zahl wird mit Hilfe von festgelegten Regeln als Reihe von Ziffern erzeugt. Im Wesentlichen wird zwischen dem Additionssystemen und den Stellenwertsystemen (Positionssystemen) unterschieden.

Additionssysteme

Bei den Additionssystemen ergibt sich der Wert einer Zahl durch Addieren der Werte ihrer Ziffern bzw. Zahlzeichen. Der Wert einer Zahl ergibt sich hierbei durch die Addition der hintereinander gestellten Ziffern. Das einfachste Beispiel eines Additionssystems ist die Strichliste. Sie kennt nur eine Ziffer, den vertikalen Strich «|» mit dem Wert 1. Für die Strichlistenzahl '| | |' ergibt sich damit die Dezimalzahl 4 (1+1+1+1). Die Anwendung dieses einfachen Zahlensystems mittels Kerbhölzern und Kerbknochen lässt sich bereits in der Steinzeit nachweisen.

Ein weiteres Additionssystem stellt das **Römische Zahlensystem** dar, das auch noch heute für Nummern und besondere Zwecke Anwendung findet.

Bei den Römischen Zahlen gibt es sieben „Ziffern“:

I (Wert = 1), V (Wert = 5), X (Wert = 10), L (Wert = 50),
C (Wert = 100) D (Wert = 500) M (Wert = 1000)

Diese Ziffern können beliebig zusammengesetzt werden. In der Regel werden die einzelnen Ziffern mit abnehmender Wertigkeit geschrieben, d.h. die größte Ziffer steht immer links. Der Wert der angegebenen Zahl ergibt sich dann aus der Addition der einzelnen Ziffern

Die Römische Zahl CLXXVIII ergibt somit die Zahl 178

(100 + 50 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1)

Römische Zahlen lassen sich auch in unserem Alltag finden:

Papst Benedikt XVI, Königin Elisabeth II, Zifferblatt mancher Uhren



Stellenwertsysteme

Ein Stellenwertsystem ist ein Zahlensystem, das mit Ziffern oder Zahlzeichen eine Zahl darstellt. Dabei wird der Wert einer Ziffer bzw. eines Symbols durch ihre Position bestimmt.

Bereits in der Zeit der Babylonier und auch im Kulturkreis der Maya wurden Stellenwertsysteme verwandt.

Zahlensystem der Maya

Das Zahlensystem der Maya ist ein sogenanntes Vigesimalsystem (Zwanzigersystem), das als Basis die Zahl Zwanzig verwendet.

Die Maya stellten ihr Zahlensystem in Punkten (1 Punkt = 1) und Strichen (1 Strich = 5) dar. Die Zahl Null wurde als Muschel dargestellt.

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	•	••	•••	••••
10	•	••	•••	••••
15	•	••	•••	••••
20	•	••	•••	••••
25	•	••	•••	••••
30	•	••	•••	••••
35	•	••	•••	••••
40	•	••	•••	••••
45	•	••	•••	••••
50	•	••	•••	••••
55	•	••	•••	••••
60	•	••	•••	••••
65	•	••	•••	••••
70	•	••	•••	••••
75	•	••	•••	••••
80	•	••	•••	••••
85	•	••	•••	••••
90	•	••	•••	••••
95	•	••	•••	••••
100	•	••	•••	••••
105	•	••	•••	••••
110	•	••	•••	••••
115	•	••	•••	••••
120	•	••	•••	••••
125	•	••	•••	••••
130	•	••	•••	••••
135	•	••	•••	••••
140	•	••	•••	••••
145	•	••	•••	••••
150	•	••	•••	••••
155	•	••	•••	••••
160	•	••	•••	••••
165	•	••	•••	••~••
170	•	••	••~••	••~••
175	•	••	••~••	••~••
180	•	••	••~••	••~••
185	•	••	••~••	••~••
190	•	••	••~••	••~••
195	•	••	••~••	••~••
200	•	••	••~••	••~••
205	•	••	••~••	••~••
210	•	••	••~••	••~••
215	•	••	••~••	••~••
220	•	••	••~••	••~••
225	•	••	••~••	••~••
230	•	••	••~••	••~••
235	•	••	••~••	••~••
240	•	••	••~••	••~••
245	•	••	••~••	••~••
250	•	••	••~••	••~••
255	•	••	••~••	••~••
260	•	••	••~••	••~••
265	•	••	••~••	••~••
270	•	••	••~••	••~••
275	•	••	••~••	••~••
280	•	••	••~••	••~••
285	•	••	••~••	••~••
290	•	••	••~••	••~••
295	•	••	••~••	••~••
300	•	••	••~••	••~••
305	•	••	••~••	••~••
310	•	••	••~••	••~••
315	•	••	••~••	••~••
320	•	••	••~••	••~••
325	•	••	••~••	••~••
330	•	••	••~••	••~••
335	•	••	••~••	••~••
340	•	••	••~••	••~••
345	•	••	••~••	••~••
350	•	••	••~••	••~••
355	•	••	••~••	••~••
360	•	••	••~••	••~••
365	•	••	••~••	••~••
370	•	••	••~••	••~••
375	•	••	••~••	••~••
380	•	••	••~••	••~••
385	•	••	••~••	••~••
390	•	••	••~••	••~••
395	•	••	••~••	••~••
400	•	••	••~••	••~••
405	•	••	••~••	••~••
410	•	••	••~••	••~••
415	•	••	••~••	••~••
420	•	••	••~••	••~••
425	•	••	••~••	••~••
430	•	••	••~••	••~••
435	•	••	••~••	••~••
440	•	••	••~••	••~••
445	•	••	••~••	••~••
450	•	••	••~••	••~••
455	•	••	••~••	••~••
460	•	••	••~••	••~••
465	•	••	••~••	••~••
470	•	••	••~••	••~••
475	•	••	••~••	••~••
480	•	••	••~••	••~••
485	•	••	••~••	••~••
490	•	••	••~••	••~••
495	•	••	••~••	••~••
500	•	••	••~••	••~••
505	•	••	••~••	••~••
510	•	••	••~••	••~••
515	•	••	••~••	••~••
520	•	••	••~••	••~••
525	•	••	••~••	••~••
530	•	••	••~••	••~••
535	•	••	••~••	••~••
540	•	••	••~••	••~••
545	•	••	••~••	••~••
550	•	••	••~••	••~••
555	•	••	••~••	••~••
560	•	••	••~••	••~••
565	•	••	••~••	••~••
570	•	••	••~••	••~••
575	•	••	••~••	••~••
580	•	••	••~••	••~••
585	•	••	••~••	••~••
590	•	••	••~••	••~••
595	•	••	••~••	••~••
600	•	••	••~••	••~••
605	•	••	••~••	••~••
610	•	••	••~••	••~••
615	•	••	••~••	••~••
620	•	••	••~••	••~••
625	•	••	••~••	••~••
630	•	••	••~••	••~••
635	•	••	••~••	••~••
640	•	••	••~••	••~••
645	•	••	••~••	••~••
650	•	••	••~••	••~••
655	•	••	••~••	••~••
660	•	••	••~••	••~••
665	•	••	••~••	••~••
670	•	••	••~••	••~••
675	•	••	••~••	••~••
680	•	••	••~••	••~••
685	•	••	••~••	••~••
690	•	••	••~••	••~••
695	•	••	••~••	••~••
700	•	••	••~••	••~••
705	•	••	••~••	••~••
710	•	••	••~••	••~••
715	•	••	••~••	••~••
720	•	••	••~••	••~••
725	•	••	••~••	••~••
730	•	••	••~••	••~••
735	•	••	••~••	••~••
740	•	••	••~••	••~••
745	•	••	••~••	••~••
750	•	••	••~••	••~••
755	•	••	••~••	••~••
760	•	••	••~••	••~••
765	•	••	••~••	••~••
770	•	••	••~••	••~••
775	•	••	••~••	••~••
780	•	••	••~••	••~••
785	•	••	••~••	••~••
790	•	••	••~••	••~••
795	•	••	••~••	••~••
800	•	••	••~••	••~••
805	•	••	••~••	••~••
810	•	••	••~••	••~••
815	•	••	••~••	••~••
820	•	••	••~••	••~••
825	•	••	••~••	••~••
830	•	••	••~••	••~••
835	•	••	••~••	••~••
840	•	••	••~••	••~••
845	•	••	••~••	••~••
850	•	••	••~••	••~••
855	•	••	••~••	••~••
860	•	••	••~••	••~••
865	•	••	••~••	••~••
870	•	••	••~••	••~••
875	•	••	••~••	••~••
880	•	••	••~••	••~••
885	•	••	••~••	••~••
890	•	••	••~••	••~••
895	•	••	••~••	••~••
900	•	••	••~••	••~••
905	•	••	••~••	••~••
910	•	••	••~••	••~••
915	•	••	••~••	••~••
920	•	••	••~••	••~••
925	•	••	••~••	••~••
930	•	••	••~••	••~••
935	•	••	••~••	••~••
940	•	••	••~••	••~••
945	•	••	••~••	••~••
950	•	••	••~••	••~••
955	•	••	••~••	••~••
960	•	••	••~••	••~••
965	•	••	••~••	••~••
970	•	••	••~••	••~••
975	•	••	••~••	••~••
980	•	••	••~••	••~••
985	•	••	••~••	••~••
990	•	••	••~••	••~••
995	•	••	••~••	••~••
1000	•	••	••~••	••~••
1005	•	••	••~••	••~••
1010	•	••	••~••	••~••
1015	•	••	••~••	••~••
1020	•	••	••~••	••~••
1025	•	••	••~••	••~••
1030	•	••	••~••	••~••
1035	•	••	••~••	••~••
1040	•	••	••~••	••~••
1045	•	••	••~••	••~••
1050	•	••	••~••	••~••
1055	•	••	••~••	••~••
1060	•	••	••~••	••~••
1065	•	••	••~••	••~••
1070	•	••	••~••	••~••
1075	•	••	••~••	••~••
1080	•	••	••~••	••~••
1085	•	••	••~••	••~••
1090	•	••	••~••	••~••
1095	•	••	••~••	••~••
1100	•	••	••~••	••~••
1105	•	••	••~••	••~••
1110	•	••	••~••	••~••
1115	•	••	••~••	••~••
1120	•	••	••~••	••~••
1125	•	••	••~••	••~••
1130	•	••	••~••	••~••
1135	•	••	••~••	••~••
1140	•	••	••~••	••~••
1145	•	••	••~••	••~••
1150	•	••	••~••	••~••
1155	•	••	••~••	••~••
1160	•	••	••~••	••~••
1165	•	••	••~••	••~••
1170	•	••	••~••	••~••
1175	•	••	••~••	••~••
1180	•	••	••~••	••~••
1185	•	••	••~••	••~••
1190	•	••	••~••	••~••
1195	•	••	••~••	••~••
1200	•	••	••~••	••~••
1205	•	••	••~••	••~••
1210	•	••	••~••	••~••
1215	•	••	••~••	••~••
1220	•	••	••~••	••~••
1225	•	••	••~••	••~••
1230	•	••	••~••	••~••
1235	•	••	••~••	••~

Höhere Zahlen (über 19) wurden in einem Stellenwertsystem ausgedrückt. Zur Darstellung der Zahl 32 wird ein Punkt für die Zahl 20 über die Zeichen für die Zahl 12 gesetzt (20 + 12).



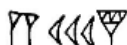
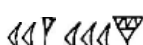
Babylonisches Zahlensystem

Das babylonische Zahlensystem ist ebenfalls ein Stellenwertsystem zur Basiszahl 60.

Zur Darstellung der Zahlen werden zwei Symbole verwendet, der Vertikalkeil  und der Winkelkeil .

Der Vertikalkeil symbolisiert die Zahl 1, der Winkelkeil die Zahl 10. Bis zur Zahl 59 werden die Symbole mehrfach geschrieben. Bei höheren Zahlen (über 59) wird zunächst der Wert für 60 bzw. das Mehrfache von 60 symbolisiert, rechts davon der Wert bis 59.

Beispiel:

	= 34
	= 2 x 60 + 34 = 154
	= 21 x 60 + 34 = 1294

Indisch-arabische Zahlensystem

Das von uns heute verwendete Zahlensystem ist indischen Ursprungs. Es ist ein Stellenwertsystem zur Basiszahl 10 (Dezimalsystem) und verwendet die arabischen Ziffern.

Im Dezimalsystem, dem wohl bekanntesten Positionssystem, ergibt sich beispielsweise mit der Ziffernkombination 248, dass die Ziffer '2' zwei Hunderter, die Ziffer '4' vier Zehner und die Ziffer '8' acht Einer darstellen, also die Zahl Zweihundertachtundvierzig.

Das Zahlensystem gelangte im Mittelalter von der arabischen Halbinsel durch italienische Kaufleute nach Europa. Anfangs hatten die arabischen Zahlen in Europa einen schweren Stand, da vor allem die Kirche in diesen Zahlen etwas Teuflisches sah. Die Menschen in Europa benutzten bis dahin römischen Zahlen, die aber im Gegensatz zu den arabischen Zahlen keine Null besaßen. Die Null allein gesehen hat keinen Wert, wird sie jedoch an eine Zahl angefügt, so verzehnfacht sich der Wert dieser Zahl. Den kirchlichen Gelehrten erschien dies sehr suspekt, was dazu führte, dass diese „teuflischen“ Zahlen im Mittelalter zeitweise von der Kirche verboten wurden.

Den italienischen Kaufleuten kümmerte dies wenig, weil sie den Nutzen der arabischen Zahlen sehr schnell erkannten. Einer von ihnen war Leonardo da Pisa auch, **Fibonacci** genannt, der im Jahr 1202 sein Buch „Liber Abaci“ das Buch vom Abakus herausbrachte.

Dieses Werk hatte nun wahrlich nichts mit dem Abakus zu tun, sondern es beschreibt, wie man mit arabischen Zahlen rechnen kann, so wie wir es heute machen.

Das arabische Zahlensystem nennt man auch Zehnersystem oder Dezimalsystem, weil das Zahlensystem mit zehn Ziffern von 0 bis 9 auskommt.

Im deutsch- und angelsächsischen Raum benutzten die Menschen früher ein Zahlensystem zur Basis 12. Man zählt ja eins, zwei,....., neun, zehn, **elf**, **zwölf** und nicht eins, zwei,..., neun, zehn, **einzehn**, **zweizehn**. Für zwölf sagt man heute noch ein Dutzend, zu fünf Dutzend sagte man früher Schock ($5 \times 12 = 60$), zwölf Dutzend. ($12 \times 12 = 144$) nannte man ein Gros und zwölf Gros ($12 \times 144 = 1728$) bezeichnete man damals als ein Maß. Die Menschen zählten auch schon zu dieser Zeit mit den Fingern aber nicht so wie wir das heute kennen, sondern mit den Fingergliedern. Der Daumen einer Hand zeigte dann jeweils auf die Fingerglieder der restlichen Hand. Man fängt am unteren Glied des Zeigefingers an und zählt drei nach oben ist man oben angelangt kommt der Mittelfinger ins Spiel und man zählt von vier bis sechs usw. Ist man z. B. am mittleren Glied des Ringfingers angelangt hat man also bis 8 gezählt. So kann man mit einer Hand bis zwölf zählen. Ist das erste Dutzend abgezählt streckt man den Daumen der anderen Hand aus und beginnt wieder mit der ersten Hand. Hat man das zweite Dutzend voll streckt man den Zeigefinger zusätzlich aus. So kann man mit zwei Händen bis $5 \times 12 = 60$ zählen.

Dass die Zahl zwölf in unserem Kulturkreis eine sehr hohe Bedeutung besitzt erkennt man auch daran, dass ein Tag in zweimal zwölf Stunden unterteilt ist, dass das Jahr zwölf Monate besitzt und dass Jesus zwölf Apostel hatte.

Aktuelle Zahlensysteme

Wie lassen sich aber Zahlen in einem Computer darstellen? Ein Computer erkennt nur zwei Zustände. Entweder fließt Strom oder es fließt kein Strom, entweder liegt eine elektrische Spannung an oder es liegt keine elektrische Spannung an oder ist ein Teil der Festplatte magnetisiert oder er ist nicht magnetisiert. Der PC kennt also nur zwei Zustände, ein - aus, oder 0 - 1. Die Informationen, die ein Computer verarbeitet bestehen daher aus einer Kette von Nullen und Einsen. Ein Zahlensystem, welches auf nur zwei Ziffern beruht nennt man **Binärsystem** oder Dualsystem.

Im Weiteren wollen wir den Fokus auf drei Zahlensysteme legen, die in der Informatik von Bedeutung sind. Es sind die **Dezimalzahlen**, die **Binärzahlen** und die **Hexadezimalzahlen**.